Pendugaan Parameter

1 Pendahuluan

- Pendugaan Parameter Populasi dilakukan dengan menggunakan nilai Statistik Sampel, Misal :

1.	$\bar{x}$	digunakan sebagai penduga bagi	μ
2.	s	digunakan sebagai penduga bagi	σ
3.	$\bar{p}$ atau $\hat{p}$	digunakan sebagai penduga bagi	π

- Pendugaan parameter diwujudkan dalam pembentukan selang kepercayaan, karena hampir tidak pernah ditemukan nilai statistik tepat sama dengan nilai parameter.
- Selang Kepercayaan = Konfidensi Interval = Confidence Interval
  - ☺ Didekati dengan distribusi Normal (Distribusi z atau Distribusi t)
  - ☺ Mempunyai 2 batas : batas atas (kanan) dan batas bawah (kiri)
  - ☺ Derajat Kepercayaan = Tingkat Kepercayaan = Koefisien Kepercayaan = $1 - \alpha$
  - ☺ α kemudian akan dibagi ke dua sisi, $\alpha/2$ di atas batas atas dan $\alpha/2$ di bawah batas bawah

- Selang kepercayaan menurut Distribusi z dan Distribusi t

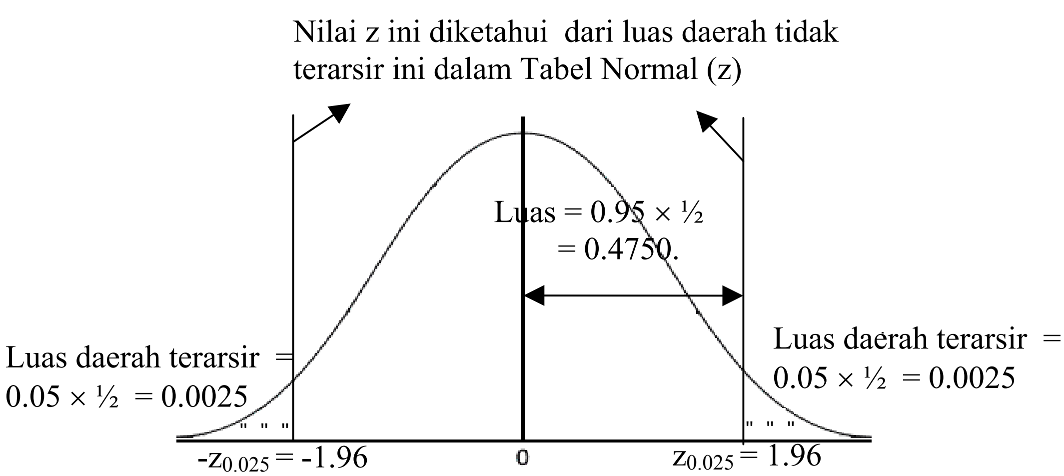
☺ Selang Kepercayaan dengan Distribusi z (Tabel hal 175)
Nilai α dan Selang kepercayaan yang lazim digunakan antara lain:

Selang kepercayaan 90 % $\rightarrow$ Derajat Kepercayaan = $1 - \alpha = 9$
$\alpha = 10\ \% \rightarrow \alpha/2 = 5\ \% \rightarrow z_{5\%} = z_{0.05} = 1.645$

Selang kepercayaan 95 % $\rightarrow$ Derajat Kepercayaan = $1 - \alpha = 95\%$
$\alpha = 5\ \% \rightarrow \alpha/2 = 2.5\ \% \rightarrow z_{2.5\%} = z_{0.025} = 1.96$

Selang kepercayaan 99 % $\rightarrow$ Derajat Kepercayaan = $1 - \alpha = 99\%$
$\alpha = 1\ \% \rightarrow \alpha/2 = 0.5\ \%\ z_{0.5\%} = z_{0.005} = 2.575$

Contoh Distribusi z untuk SK 95 %

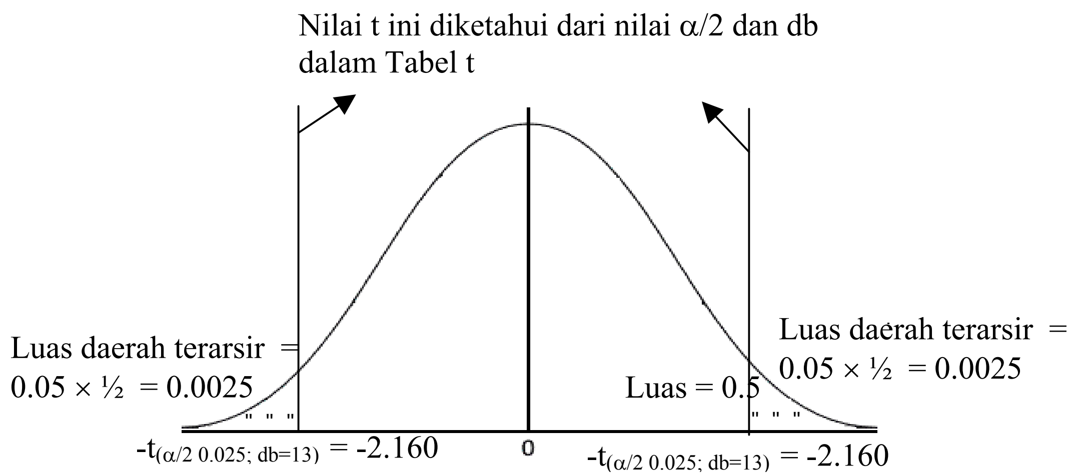


☺ Selang Kepercayaan dengan Distribusi t (Tabel hal 177)

Nilai α (dan tentu saja $\alpha/2$) sudah diterakan dalam Tabel.
Perhatikan derajat bebas (db).
Nilai t tabel tergantung dari nilai derajat bebas (db) dan nilai $\alpha/2$ (Tabel hal 177)

Misal : Selang kepercayaan 95 %; db = 13 $\rightarrow$ 1 - α = 95%
α = 0.5 % $\rightarrow \alpha/2$ = 2.5 % t tabel (db=13;$\alpha/2$ = 2.5%) = 2.160

Contoh Distribusi t untuk SK 95 % ; db = 13



💣 Selang Kepercayaan yang baik?
Idealnya selang yang baik adalah ***selang yang pendek*** dengan ***derajat kepercayaan yang tinggi.***

💣 Banyak Selang Kepercayaan yang dapat dibentuk dalam suatu populasi adalah Tidak terhingga, anda bebas menetapkan derajat kebebasan dan lebar selangnya.

Contoh 1:
Di bawah ini terdapat 4 selang kepercayaan mengenai rata-rata umur mahasiswa. Semua selang dibuat untuk populasi yang sama, manakah yang paling baik?

A. Selang kepercayaan 90 % rata-rata umur mahasiswa 18 - 25 tahun
B. Selang kepercayaan 99 % rata-rata umur mahasiswa 18 - 27 tahun
C. Selang Kepercayaan 90 % rata-rata umur mahasiswa 22 - 27 tahun
D. Selang Kepercayaan 99 % rata-rata umur mahasiswa 22 - 25 tahun

Jawab : D, karena...............................

- Bentuk Umum Selang Kepercayaan

Batas Bawah < (Simbol) Parameter < Batas Atas

- Untuk Sampel Berukuran Besar :

Statistik - ($z_{\alpha/2}$ ×Std Error Sampel) < Parameter < Statistik + ($z_{\alpha/2}$ × Std Error Sampel)

atau

Parameter = Statistik ± ($z_{\alpha/2}$ ×Standard Error Sampel)

- Untuk Sampel Berukuran Kecil :

Statistik - ($t_{(db;\alpha/2)}$ × Std Error Sampel) < Parameter < Statistik + ($t_{(db;\alpha/2)}$ ×Std Error Sampel)

atau

Parameter = Statistik ± ($t_{(db;\alpha/2)}$ × Standard Error Sampel)

2. Pendugaan 1 Nilai Rata-rata

2.1. Pendugaan 1 Nilai Rata-rata dari sampel besar (n ≥30)

- Nilai simpangan baku populasi (σ) diketahui
- Jika nilai simpangan baku populasi σ tidak diketahui → gunakan simpangan baku sampel (s)

Selang Kepercayaan 1

Selang Kepercayaan sebesar (1-α) bagi adalah :
$$\bar{x} - \left(z_{\alpha/2} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right) < \mu < \bar{x} + \left(z_{\alpha/2} \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$
Jika σ tidak diketahui, dapat digunakan s

- Ukuran Sampel bagi pendugaan μ

Pada Derajat Kepercayaan (1-α) ukuran sampel dengan Error (galat) maksimal = E adalah
$$n = \left\lceil \left[\frac{z_{\alpha/2} \times \sigma}{E} \right]^2 \right\rceil$$
n dibulatkan ke bilangan bulat terdekat terbesar (fungsi ceiling)
jika σ tidak diketahui, gunakan s
E : error maksimal → selisih $\bar{x}$ dengan μ; E dinyatakan dalam persen (%)

Contoh 2:
Dari 36 mahasiswa tingkat II diketahui bahwa rata-rata IPK = 2.6 dengan simpangan baku = 0.3.

a. Buat selang kepercayaan 95 % untuk rata-rata IPKseluruh mahasiswa tingkat II?
Selang kepercayaan 95 % $\rightarrow \alpha = 5$ % $\rightarrow \alpha/2 = 2.5$ % $\rightarrow z_{2.5\%} = z_{0.025} = 1.96$
$\bar{x} = 2.6$s = 0.3

$$\bar{x} - \left(z_{0.025} \times \frac{s}{\sqrt{n}}\right) < \mu < \bar{x} + \left(z_{0.025} \times \frac{s}{\sqrt{n}}\right)$$

$$2.6 - \left(1.96 \times \frac{0.3}{\sqrt{36}})\right) < \mu < 2.6 + \left(1.96 \times \frac{0.3}{\sqrt{36}})\right)$$

$$2.6 - 0.098 < \mu < 2.6 + 0.098$$
$$2.502 < \mu < 2.698$$

b. Buat selang kepercayaan 99 % untuk rata-rata IPK seluruh mahasiswa tingkat II?
Selang kepercayaan 99 % $\rightarrow \alpha = 1$ % $\rightarrow \alpha/2 = 0.5$ % $\rightarrow z_{0.5\%} = z_{0.005} = 2.575$
(selanjutnya.....selesaikan sendiri!!!)

c. Berapa ukuran sampel agar error maksimal pada selang kepercayaan 95 % tidak lebih dari 6 %?

E = 6 % = 0.06 s = 0.3

Selang kepercayaan 95 % $\rightarrow \alpha = 5$ % $\rightarrow \alpha/2 = 2.5$ % $\rightarrow z_{2.5\%} = z_{0.025} = 1.96$

$$n = \left\lceil \left[\frac{z_{\alpha/2}\ \sigma}{\text{E}}\right]^2 \right\rceil = \left\lceil \left[\frac{1.96 \times 0.3}{0.06}\right]^2 \right\rceil = \left\lceil (9.8)^2 \right\rceil = \lceil 96.04 \rceil = 97$$

d. Berapa ukuran sampel agar error maksimal pada selang kepercayaan 99 % tidak lebih dari 6 %? (Kerjakan sebagai latihan)

2.2. Pendugaan 1 Nilai Rata-rata dari sampel kecil (n < 30)
dan nilai simpangan baku populasi (α) tidak diketahui → gunakan simpangan baku sampel (s)

Selang Kepercayaan 2

Selang Kepercayaan sebesar (1-α) bagi μ adalah :
$\bar{x} - \left(t_{(db;\alpha/2)} \times \frac{s}{\sqrt{n}}\right) < \mu < \bar{x} + \left(t_{(db;\alpha/2)} \times \frac{s}{\sqrt{n}}\right)$
db = derajat bebas = n-1

Contoh 3:
9 orang mahasiswa FE-GD rata-rata membolos sebanyak 10 hari/tahun dengan standar deviasi 1.8 hari.

Buat selang kepercayaan 95 % bagi rata-rata banyaknya hari membolos setiap tahun untuk seluruh mahasiswa!

Selang kepercayaan 95 % → α = 5 % → α/2 = 2.5 % = 0.025

$\bar{x}$ = 10 s = 1.8
db = n-1 = 9 -1 = 8 t (db=8; α/2 =0.025) = 2.306

$$\bar{x} - \left(t_{(db;\alpha/2)} \times \frac{s}{\sqrt{n}}\right) < \mu < \bar{x} + \left(t_{(db;\alpha/2)} \times \frac{s}{\sqrt{n}}\right)$$

$$10 - \left(2.306 \times \frac{1.8}{\sqrt{9}}\right) < \mu < 10 + \left(2.306 \times \frac{1.8}{\sqrt{9}}\right)$$

$$10 - 1.3836 < \mu < 10 + 1.3836$$

$$8.6164 < \mu < 11.3836$$

3. Pendugaan Beda 2 Rata-rata

3.1 Pendugaan Beda 2 Rata-rata dari sampel-sampel besar dan nilai ragam populasi (σ_1^2 dan σ_2^2) diketahui dan jika nilai ragam populasi (σ_1^2 dan σ_2^2) tidak diketahui → gunakan ragam sampel (s_1^2 dan s_2^2)

Selang Kepercayaan 3

Selang Kepercayaan sebesar (1-α) bagi $\lvert\mu_1 - \mu_2\rvert$ adalah :
$\lvert\bar{x}_1 - \bar{x}_2\rvert - \left(z_{\alpha/2} \times \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right) < \lvert\mu_1 - \mu_2\rvert < \lvert\bar{x}_1 - \bar{x}_2\rvert + \left(z_{\alpha/2} \times \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right)$
σ_1^2 dan σ_2^2 tidak diketahui $\rightarrow$ gunakan s_1^2 dan s_2^2

Catatan: Agar beda/selisih selalu positif, gunakan tanda mutlak $\lvert\quad\rvert$ atau gunakan $\bar{x}_1 > \bar{x}_2$

Contoh 4:
64 orang Jepang ditanyai, dan diketahui rata-rata setiap bulan mereka makan 48 kg ikan dengan ragam = 8. 56 orang Inggris ditanyai, dan diketahui rata-rata, setiap bulan mereka makan 28 kg ikan dengan ragam = 7.

Tentukan selang kepercayaan 95 % untuk beda rata-rata banyak ikan yang dimakan setiap bulan oleh seluruh orang Jepang dan orang Inggris

$\bar{x}_1 = 48$	$\bar{x}_2 = 28$	$\lvert\bar{x}_1 - \bar{x}_2\rvert = \lvert 48 - 28\rvert = 20$
$n_1 = 64$	$n_2 = 56$	
$s_1^2 = 8$	$s_2^2 = 7$	

Selang kepercayaan 95 % $\rightarrow \alpha = 5\ \% \rightarrow \alpha/2 = 2.5\ \% \rightarrow z_{2.5\%} = z_{0.025} = 1.96$

$$\lvert\bar{x}_1 - \bar{x}_2\rvert - \left(z_{\alpha/2} \times \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right) < \lvert\mu_1 - \mu_2\rvert < \lvert\bar{x}_1 - \bar{x}_2\rvert + \left(z_{\alpha/2} \times \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right)$$

$$20 - \left(1.96 \times \sqrt{\frac{8}{64} + \frac{7}{56}}\right) < \lvert\mu_1 - \mu_2\rvert < 20 + \left(1.96 \times \sqrt{\frac{8}{64} + \frac{7}{56}}\right)$$

$$20 - 0.98 < \lvert\mu_1 - \mu_2\rvert < 20 + 0.98$$

$$19.02 < \lvert\mu_1 - \mu_2\rvert < 20.98$$

3.2. Pendugaan bagi Beda 2 Rata-rata dari sampel-sampel kecil dan nilai kedua ragam populasi **tidak sama** ($\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$) dan **tidak diketahui** $\rightarrow$ gunakan ragam sampel (s_1^2 dan s_2^2)

Selang Kepercayaan 4

Selang Kepercayaan sebesar (1-α) bagi $|\mu_1 - \mu_2|$ adalah:

$$|\bar{x}_1 - \bar{x}_2| - \left(t_{(db;\alpha/2)} \times \sqrt{\frac{s_1^{\;2}}{n_1} + \frac{s_2^{\;2}}{n_2}} \right) < |\mu_1 - \mu_2| < |\bar{x}_1 - \bar{x}_2| + \left(t_{(db;\alpha/2)} \times \sqrt{\frac{s_1^{\;2}}{n_1} + \frac{s_2^{\;2}}{n_2}} \right) \text{ der}$$

ajat bebas (db) = $\dfrac{\left(s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2 \right)^2}{\left[(s_1^2/n_1)^2 / (n_1 - 1) \right] + \left[(s_2^2/n_2)^2 / (n_2 - 1) \right]}$

db : dibulatkan ke bilangan bulat terbesar terdekat (fungsi Ceiling)

Catatan: Agar beda/selisih selalu positif, gunakan tanda mutlak $|\;\;|$ atau gunakan $\bar{x}_1 > \bar{x}_2$

Contoh 5:

12 orang Jepang ditanyai, dan diketahui rata-rata setiap bulan mereka minum 22 liter ($\bar{x}_2 = 22$) teh dengan Ragam = 16. ($s_2^2 = 16$)

10 orang Inggris ditanyai, dan diketahui rata-rata, setiap bulan mereka minum 36 liter ($\bar{x}_1 = 36$) teh dengan Ragam = 25. ($s_1^2 = 25$)

Jika dianggap bahwa **ragam** kedua populasi bernilai **tidak sama**, hitung :

a. derajat bebas bagi distribusi t

$$db = \frac{\left(s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2 \right)^2}{\left[(s_1^2/n_1)^2 / (n_1 - 1) \right] + \left[(s_2^2/n_2)^2 / (n_2 - 1) \right]} = \frac{\left(25/10 + 16/12 \right)^2}{\left[(25/10)^2 / (10 - 1) \right] + \left[(16/12)^2 / (12 - 1) \right]} =$$

$$= \frac{(2.5 + 1.333)^2}{\left[(2.5)^2 / 9 \right] + \left[(1.333)^2 / 11 \right]} = \frac{14.6944\ldots}{[0.6944] + [0.1616\ldots]} = \frac{14.6944\ldots}{0.8560\ldots} = \lceil 17.165 \rceil = 18$$

b. Tentukan selang kepercayaan 99 % untuk beda rata-rata banyak teh yang diminum setiap bulan oleh seluruh orang Jepang dan orang Inggris

Selang kepercayaan 99 % $\rightarrow \alpha = 1\ \% \rightarrow \alpha/2 = 0.5\ \% = 0.005$

db = 18

Nilai t (db = 18; $\alpha/2 = 0.005$) = 2.878

$$\left|\bar{x}_1 - \bar{x}_2\right| - \left(t_{(db;\alpha/2)} \times \sqrt{\frac{s_1^{\,2}}{n_1} + \frac{s_2^{\,2}}{n_2}} \right) < \left|\mu_1 - \mu_2\right| < \left|\bar{x}_1 - \bar{x}_2\right| + \left(t_{(db;\alpha/2)} \times \sqrt{\frac{s_1^{\,2}}{n_1} + \frac{s_2^{\,2}}{n_2}} \right)$$

$$|36 - 22| - \left(2.878 \times \sqrt{\frac{25}{10} + \frac{16}{12}} \right) < \left|\mu_1 - \mu_2\right| < |36 - 22| + \left(2.878 \times \sqrt{\frac{25}{10} + \frac{16}{12}} \right)$$

$$14 - 5.53 < |\mu_1 - \mu_2| < 14 + 5.63$$

$$8.37 < |\mu_1 - \mu_2| < 19.63$$

3.3 Pendugaan bagi Beda 2 Rata-rata dari sampel-sampel kecil dan nilai kedua ragam populasi **sama** ($\sigma_1^{\,2} = \sigma_2^{\,2}$) dan **tidak diketahui**
$\rightarrow$ gunakan ragam sampel gabungan (s^2_{gab})

Selang Kepercayaan 5

Selang Kepercayaan sebesar (1-α) bagi $|\mu_1 - \mu_2|$ adalah:

$$\left|\bar{x}_1 - \bar{x}_2\right| - \left(t_{(db;\alpha/2)} \times s_{\text{gab}} \times \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} \right) < \left|\mu_1 - \mu_2\right| < \left|\bar{x}_1 - \bar{x}_2\right| + \left(t_{(db;\alpha/2)} \times s_{\text{gab}} \times \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} \right)$$

$$s^2_{gab} = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \text{ dan } s_{gab} = \sqrt{s^2_{gab}} \text{ dan derajat bebas (db)} = n_1 + n_2 - 2$$

Catatan: Agar beda/selisih selalu positif, gunakan tanda mutlak $|\ \ |$ atau gunakan $\bar{x}_1 > \bar{x}_2$

Contoh 6:

12 orang Jepang ditanyai, dan diketahui rata-rata setiap bulan mereka minum 22 liter ($\bar{x}_2 = 22$) teh dengan Ragam = 16. ($s_2^2 = 16$)
10 orang Inggris ditanyai, dan diketahui rata-rata, setiap bulan mereka minum 36 liter ($\bar{x}_1 = 36$) teh dengan Ragam = 25. ($s_1^2 = 25$)

Jika dianggap bahwa **ragam** kedua populasi bernilai **sama**, hitung :

a. derajat bebas
b. Ragam dan Simpangan baku gabungan kedua sampel
c Tentukan selang kepercayaan 99 % untuk beda rata-rata banyak teh yang diminum setiap bulan oleh seluruh orang Jepang dan orang Inggris.

a. db = $n_1 + n_2 - 2$ = 10 +12 - 2 = 20

b. $$s_{gab}^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 \; + \; (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} = \frac{(9 \times 25) + (11 \times 16)}{20} = \frac{401}{20} = 20.05$$

$$s_{gab} = \sqrt{s_{gab}^2} \; = \; \sqrt{20.05} = 4.477...$$

c. Selang kepercayaan 99 % $\rightarrow \alpha = 1$ % $\rightarrow \alpha/2 = 0.5$ % $= 0.005$

db = 20

Nilai t (db = 20; $\alpha/2 = 0.005$) = 2.845

$$|\bar{x}_1 \text{ - } \bar{x}_2| \text{ - } \left(t_{(db;\alpha\!/\!_2)} \; \times \; s_{gab} \; \times \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} \right) < |\mu_1 \text{ - } \mu_2| < |\bar{x}_1 \text{ - } \bar{x}_2| \; + \; \left(t_{(db;\alpha\!/\!_2)} \; \times \; s_{gab} \; \times \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} \right)$$

$$|36 - 22| \text{ - } \left(\; 2.845 \; \times 4.477... \times \sqrt{\frac{1}{10} + \frac{1}{12}} \; \right) < \; |\mu_1 \text{ - } \mu_2| \; < \; |36 - 22| \; + \left(\; 2.845 \; \times 4.477... \times \sqrt{\frac{1}{10} + \frac{1}{12}} \; \right)$$

$$14 - 5.45 \quad < \quad |\mu_1 - \mu_2| \; < \; 14 + 5.45$$
$$8.55 \quad < \quad |\mu_1 - \mu_2| \; < \; 19.45$$

3.4 Pendugaan bagi Beda 2 Rata-rata dari data berpasangan (*paired data*) sampel-sampel kecil

Data berpasangan didapat dari 1 individu (yang relatif) sama yang dikenai 2 perlakuan.

Selang Kepercayaan 6:

Selang Kepercayaan sebesar (1-α) bagi $|\mu_1 - \mu_2|$ adalah:

$$\bar{d} - \left(t_{db;\alpha/2} \times \frac{s_d}{\sqrt{n}} \right) < |\mu_1 - \mu_2| < \bar{d} + \left(t_{db;\alpha/2} \times \frac{s_d}{\sqrt{n}} \right)$$

derajat bebas (db) = n-1

Catatan: Agar beda/selisih selalu positif, gunakan tanda mutlak | | atau gunakan
$\bar{x}_1 > \bar{x}_2$
$\bar{x}_1$

n : banyak pasangan data

d_i : $|x_{1i}\text{- } x_{2i}|$: selisih pasangan data ke-i untuk i = 1,2,3,...n

$\bar{d}$: rata-rata d_I $\bar{d} = \frac{\sum d_i}{n}$

s_d^2 : ragam nilai d $s_d^2 = \frac{\sum (d_i - \bar{d})^2}{n-1}$

s_d : simpangan baku d $s_d = \sqrt{s_d^2}$

Contoh 7: Banyak produk rusak pada 2 shift diukur dari 4 karyawan.

	Banyak Produk yang rusak					
Nama	Shift malam (x_1)	Shift Pagi (x_2)	d_i	$\bar{d}$	$(d_i - \bar{d})$	$(d_i - \bar{d})^2$
A	10	3	7	8	-1	1
B	15	5	10	8	2	4
C	9	4	5	8	-3	9
D	12	2	10	8	2	4
			$\Sigma\, d_i=32$			$\Sigma(d_i - \bar{d})^2=18$

n = 4 $\bar{d} = \frac{\sum d_i}{n} = \frac{32}{4} = 8$

$s_d^2 = \frac{\sum (d_i - \bar{d})^2}{n-1} = \frac{18}{3} = 6$ dan $s_d = \sqrt{s_d^2} = \sqrt{6} = 2.449...$

Selang kepercayaan 99% untuk data berpasangan tersebut adalah:
Selang kepercayaan 99 % $\rightarrow \alpha = 1\ \% \rightarrow \alpha/2 = 0.5\ \% = 0.005$
db = n-1 = 4-1 = 3 Nilai t (db = 3; $\alpha/2 = 0.005$) = 5.841

$$\bar{d} - \left(t_{db;\alpha/2} \times \frac{s_d}{\sqrt{n}}\right) < \left|\mu_1 - \mu_2\right| < \bar{d} + \left(t_{db;\alpha/2} \times \frac{s_d}{\sqrt{n}}\right)$$

$$8 - \left(5.841 \times \frac{2.449...}{\sqrt{4}}\right) < \left|\mu_1 - \mu_2\right| < 8 + \left(5.841 \times \frac{2.449...}{\sqrt{4}}\right)$$

$$8 - 7.15... < \left|\mu_1 - \mu_2\right| < 8 + 7.15..$$

$$0.85 < \left|\mu_1 - \mu\ \right| < 15.15$$

4. Pendugaan Proporsi

- Pengertian proporsi

  π = proporsi populasi

  $\overline{p}$ = proporsi "sukses" dalam sampel acak

  $1 - \overline{p} = \overline{q}$ = proporsi "gagal" dalam sampel acak

Misal : kelas "sukses" $\rightarrow$ "menyukai seafood"

kelas "gagal" $\rightarrow$ "tidak menyukai seafood"

4.1 Pendugaan 1 Nilai Proporsi dari sampel besar

Pendugaan Proporsi lebih lazim menggunakan sampel besar, jadi lebih lazim menggunakan Distribusi z.

Selang Kepercayaan 7:

Selang Kepercayaan sebesar (1-α) bagi π adalah :

$$\overline{p} - \left(z_{\alpha/2} \times \sqrt{\frac{\overline{p} \times \overline{q}}{n}} \right) < \pi < \overline{p} + \left(z_{\alpha/2} \times \sqrt{\frac{\overline{p} \times \overline{q}}{n}} \right)$$

ingat$\rightarrow$ $1 - \overline{p} = \overline{q}$

- Ukuran Sampel untuk pendugaan proporsi

Ukuran Sampel pada Selang Kepercayaan (1-α) dengan Error (galat) maksimal= E

$$n = \left\lceil \frac{z_{\alpha/2}^2 \times \overline{p} \times \overline{q}}{E^2} \right\rceil$$

n di ceiling!

n : ukuran sampel

E : error maksimal $\rightarrow$ selisih $\overline{p}$ dengan π

Contoh 8:

Dari suatu sampel acak 500 orang diketahui bahwa 160 orang menyukai makan seafood.

a. Tentukan selang kepercayaan 95 % bagi proporsi populasi yang menyukai seafood

Selang kepercayaan 95 % $\rightarrow \alpha$ = 5 % $\rightarrow \alpha/2$ = 2.5 % $\rightarrow z_{2.5\%} = z_{0.025} = 1.96$

$\overline{p}$ = 160/500 = 0.32 $\qquad \overline{q} = 1 - \overline{p}$ = 0.68

$$\bar{p} - \left(z_{\alpha/2} \times \sqrt{\frac{\bar{p} \times \bar{q}}{n}} \right) < \pi < \bar{p} + \left(z_{\alpha/2} \times \sqrt{\frac{\bar{p} \times \bar{q}}{n}} \right)$$

$$0.32 - \left(1..96 \times \sqrt{\frac{0.32 \times 0.68}{500}} \right) < \pi < 0.32 + \left(1..96 \times \sqrt{\frac{0.32 \times 0.68}{500}} \right)$$

$$0.28 < \pi < 0.36$$

b. Berapa ukuran sampel agar kita dapat percaya 95 % dan Error maksimal = 2%

$$n = \left\lceil \frac{z^2_{\alpha/2} \times \bar{p} \times \bar{q}}{E^2} \right\rceil = \left\lceil \frac{1.96^2 \times 0.32 \times 0.68}{0.02^2} \right\rceil = \lceil 2089.8304 \rceil = 2090$$

4.2. Pendugaan Beda 2 Proporsi dari sampel-sampel besar

Selang Kepercayaan 8

Selang Kepercayaan sebesar (1-α) bagi $|\pi_1 - \pi_2|$ adalah :

$$|\bar{p}_1 - \bar{p}_2| - \left(z_{\alpha/2} \times \sqrt{\frac{\bar{p}_1 \times \bar{q}_1}{n_1} + \frac{\bar{p}_2 \times \bar{q}_2}{n_2}} \right) < |\pi_1 - \pi_2| < |\bar{p}_1 - \bar{p}_2| + \left(z_{\alpha/2} \times \sqrt{\frac{\bar{p}_1 \times \bar{q}_1}{n_1} + \frac{\bar{p}_2 \times \bar{q}_2}{n_2}} \right)$$

Catatan: Agar beda/selisih selalu positif, gunakan tanda mutlak $|\quad|$ atau gunakan $\bar{p}_1 > \bar{p}_2$

Contoh 9:

Dari 1000 penduduk Jakarta, 700 menyetujui berlakunya aturan lalulintas baru ($\bar{p}_2$ =0.70)
Dari 800 penduduk Surabaya, hanya 200 yang <u>tidak menyetujui</u> aturan lalulintas baru ($\bar{q}_1 = 0.25$)

Tentukan selang kepercayaan 90 % bagi beda proporsi penduduk Jakarta dan Surabaya yang menyetujui berlakunya aturan lalulintas baru.

kelas "sukses" = menyetujui berlakunya aturan lalulintas baru.

$\bar{p}_2 = 0.70 \quad \rightarrow \quad \bar{q}_2 = 1 - \bar{p}_2 = 1 - 0.70 = 0.30$

$\bar{q}_1 = 0.25 \quad \rightarrow \quad \bar{p}_1 = 1 - \bar{q}_1 = 1 - 0.25 = 0.75$

$|\bar{p}_1 - \bar{p}_2| = |0.75 - 0.70| = 0.05$

Selang kepercayaan 90 % $\rightarrow \alpha = 10\ \% \rightarrow \alpha/2 = 5\ \% \rightarrow z_{5\%} = z_{0.05} = 1.645$

$$\left|\bar{p}_1 - \bar{p}_2\right| - \left(z_{\alpha/2} \times \sqrt{\frac{\bar{p}_1 \times \bar{q}_1}{n_1} + \frac{\bar{p}_2 \times \bar{q}_2}{n_2}}\right) < \left|\pi_1 - \pi_2\right| < \left|\bar{p}_1 - \bar{p}_2\right| + \left(z_{\alpha/2} \times \sqrt{\frac{\bar{p}_1 \times \bar{q}_1}{n_1} + \frac{\bar{p}_2 \times \bar{q}_2}{n_2}}\right)$$

$$0.05 - \left(1.645 \times \sqrt{\frac{0.75 \times 0.25}{800} + \frac{0.7 \times 0.3}{1000}}\right) < \left|\pi_1 - \pi_2\right| < 0.05 + \left(1.645 \times \sqrt{\frac{0.75 \times 0.25}{800} + \frac{0.7 \times 0.3}{1000}}\right)$$

$$0.05 - (1.645 \times 0.02108\ldots) < \left|\pi_1 - \pi_2\right| < 0.05 + (1.645 \times 0.02108\ldots)$$

$$0.05 - 0.03467\ldots < \left|\pi_1 - \pi_2\right| < 0.05 + 0.03467\ldots$$

$$0.01532\ldots < \left|\pi_1 - \pi_2\right| < 0.08467\ldots$$

⌘ selesai ⌘